数据库原理及应用

Principle and Application of Database

华东交通大学
喻佳



对于刚才求函数依赖集的闭包F+ 是个NP问题，我们研究它，没有意义，但反过来，我们可以找到使F+成立的最小函数依赖集合，进行等价变换的描述，这样可以对函数依赖集化繁为简，帮助我们进行模式分解操作。

两人在争吵对同一句话的不同理解

A说 “根据学号，可以推出学生的住址”

B说 “根据专业，可以推出学生的住址”

有了**最小依赖**的学习，我们知道刚才的两句话其实是等价的。

第6章 关系数据理论

6.4 最小依赖集

--------模式分解算法的理论基础

最小依赖集

1、函数依赖集的等价

2、最小函数依赖集

一、函数依赖集的等价（覆盖）

若$G^+=F^+$，则$F \equiv G$

01

定义6.14

如果$G^+=F^+$，就说函数依赖集F覆盖G（F是G的覆盖，或G是F的覆盖），或F与G等价。

02

引理6.3

$F^+ = G^+$ 的充分必要条件是$F \subseteq G^+$，和$G \subseteq F^+$

即F可由G推出
G也可由F推出

证明（若$F^+=G^+$，则$F \equiv G$）

1、必要性：$F^+=G^+$ ⇒ $F \subseteq G^+$ 、$G \subseteq F^+$

$F \subseteq F^+$ 、$G \subseteq G^+$

$F^+=G^+$

⇒ $F \subseteq G^+$ 、$G \subseteq F^+$

Armstrong公理推理规则

A1 自反律 ：若$Y \subseteq X$，则$X \rightarrow Y$

A2 增广律 ：若$X \rightarrow Y$，则$XZ \rightarrow YZ$

A3 传递律 ：若$X \rightarrow Y$，$Y \rightarrow Z$，则$X \rightarrow Z$

证明（若$F^+=G^+$，则$F \equiv G$）

2、充分性：$F \subseteq G^+$ 、$G \subseteq F^+$ ⇒ $F^+=G^+$

$X_F^+ = \{A \mid X \rightarrow A$能由F根据Armstrong公理推出$\}$

（1）若$F \subseteq G^+$，则$X_F^+ \subseteq X_{G+}^+$。

（2）任取$X \rightarrow Y \in F^+$ 则有 $Y \subseteq X_F^+ \subseteq X_{G+}^+$。

所以$X \rightarrow Y \in (G^+)^+ = G^+$。即$F^+ \subseteq G^+$。

（3）同理可证$G^+ \subseteq F^+$

所以$F^+ = G^+$。

Armstrong公理推理规则

A1 自反律：若$Y \subseteq X$，则$X \rightarrow Y$

A2 增广律：若$X \rightarrow Y$，则$XZ \rightarrow YZ$

A3 传递律：若$X \rightarrow Y$，$Y \rightarrow Z$，则$X \rightarrow Z$

二、最小依赖集

定义6.15 如果函数依赖集F满足下列条件，则称F为

极小函数依赖集。亦称为最小依赖集或最小覆盖。

(1) F中任一函数依赖的右部仅含有一个属性。

(2) F中不存在这样的函数依赖X→A，使得F与F- {X→A}等价。

(3) F中不存在这样的函数依赖X→A， X有真子集Z使得F- {X→A}∪{Z→A}与F等价。

右部都是单属性

不存在多余的函数依赖

左部没有多余属性

二、最小依赖集

[例] 关系模式*S*<*U*，*F*>，其中：

U={ Sno，Sdept，Mname，Cno，Grade }，

F={ Sno→Sdept，Sdept→Mname，(Sno，Cno)→Grade }

设F’={Sno→Sdept，Sno→Mname，Sdept→Mname，

(Sno，Cno)→Grade，(Sno，Sdept)→Sdept}

*F*是最小覆盖，而*F*’不是。

因为：*F* ’- {Sno→Mname}与*F* ’等价

F ’- {(Sno，Sdept)→Sdept}也与*F* ’等价

如何求
最小依赖集呢？

极小化过程

FD_i是指函数依赖集中的每一个函数依赖

定理6.3 每一个函数依赖集F均等价于一个极小函数依赖集F_m。此F_m称为F的最小依赖集。

证明: 构造性证明，找出F的一个最小依赖集。

最小依赖集Fm的定义

1：FD_i的右部都是单属性

2：F中不存在多余的函数依赖

3：FD_i的左部没有多余属性

极小化过程

FD_i是指函数依赖集中的每一个函数依赖

定理6.3 每一个函数依赖集F均等价于一个极小函数依赖集F_m。此F_m称为F的最小依赖集。

最小依赖集Fm的定义

1：FD_i的右部都是单属性

2：F中不存在多余的函数依赖

3：FD_i的左部没有多余属性

证明: 构造性证明，找出F的一个最小依赖集。

(1)逐一检查F中各函数依赖FD_i：$X \rightarrow Y$，

若$Y=A_1A_2\cdots A_k$，$k>2$，

则用$\{X \rightarrow A_j \mid j=1, 2, \cdots, k\}$来取代$X \rightarrow Y$。

(2)逐一检查F中各函数依赖FD_i：$X \rightarrow A$，令$G=F-\{X \rightarrow A\}$，

若$A \in X_G^+$，则从F中去掉此函数依赖。

(3)逐一取出F中各函数依赖FD_i：$X \rightarrow A$，设$X=B_1B_2\cdots B_m$，

逐一考查B_i（$i=1, 2, \cdots, m$），若$A \in (X-B_i)_F^+$，

则以$X-B_i$取代X。

例题

[例] 判断

F = {A→BC，B→A，AD→EI }和

G = {A→BC，B→A，AD→E,BD→I }是否等价，并证明之。

例：F = {A→B，B→A，A→C，B→C}，求F_{min}

- 检查A→B，G=F–{A→B}={B→A，A→C，B→C}

  由已知的B→A，A→C，B→C不可得出A→B

- 检查A→C，G=F–{A→C}={A→B，B→A，B→C}

  由已知的A→B，B→C可得出A→C

  所以从F中删除A→C，

  F_{min} = {A→B，B→A，B→C}

或者

F_{min} = {A→B，B→A，A→C}

说明

1、此定理表明：任一函数依赖集都可极小化。定理的证明过程就是“极小化处理”过程，也就是求一个函数依赖集的极小依赖集的方法。

2、F的极小依赖集不一定唯一，**当以不同的顺序**考察各函数依赖或左边属性时，得到的极小依赖集可能不同。

习题

- [例] 判断

  F = {A→BC，A→D，CD→E}和

  G = {A→BCE，A→ABD，CD→E}

是否等价，并证明之。

- 已知 F = {A→B，B→A，B→C，

  A→C，C→A}，

  求Fm

总结

01 Amstrong公理系统

02 F^+，X_F^+

03 函数依赖集的等价

04 最小依赖集

THANK YOU FOR YOUR WATCHING

